mention PHYSIQUE
M1 Parcours Sciences Physiques et Chimiques
EM8PCEA2E3 – Année 2012-2013

PHYSIQUE ATOMIQUE

Contrôle terminal du 14 mai 2013 - durée 2h
TOUS DOCUMENTS INTERDITS

A – Questions de Cours

A-1) Donner le principe de quantification utilisé par N. Bohr. Quelle est la dimension de ħ ?
A-2) Dans l'approximation de Bohr, donner l'expression des niveaux d'énergie pour un atome hydrogénoïde de numéro atomique *Z*. Préciser également l'unité d'énergie correspondante. Que représente *n* dans cette expression ?
A-3) Que signifie le terme 'dégénérescence' d'un niveau d'énergie ?

B – Problème

Nous allons considérer dans ce problème l'interaction du spin nucléaire $\boldsymbol{I}$ (I = 1/2) d'un atome hydrogénoïde (Z = 53) avec le moment total $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S}$, de son électron de nombre quantique principal n = 3. Le Hamiltonien d'interaction du système s'écrit $\hat{H} = \widehat{H_0} + k\boldsymbol{I}.\boldsymbol{J} + \hat{A}$. L'opérateur Â est un opérateur de couplage entre les états hyperfins du système. Il agit donc sur le moment total $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{I} + \boldsymbol{J}$ du système et est défini par $\hat{A}|F\rangle = \hbar^2(F-2)|F+1\rangle - (F-1)\hbar^2\,|F-1\rangle$.

B-1) Quelle(s) interaction(s) est (sont) prise(s) en compte dans $\widehat{H_0}$? Dans $k\,\boldsymbol{I}.\boldsymbol{J}$?

B-2) Donner, dans la base $|nLSJ\rangle$ la liste des vecteurs propres de H_0 associés à n = 3. Combien d'états quantiques m_J sont associés à chaque vecteur $|nLSJ\rangle$. Est-ce compatible avec le nombre d'électrons possible associé au remplissage complet de chaque couche L ?

B-3) Donner l'expression de l'énergie E_0 associée à $\widehat{H_0}$ en fonction de la constante de structure fine α, de Z, de n et de l'énergie de masse de l'électron m_ec^2. La calculer pour n = 3. Dans ce qui suit, nous nous intéresserons uniquement aux états J = 3/2.

B-4) En introduisant le nombre quantique F, donner la base des vecteurs $|IJF\rangle$ associés à J = 3/2. Sont-ils vecteurs propres de $\widehat{H_0}$, de $k\,\boldsymbol{I}.\boldsymbol{J}$, de $\hat{H}$? Justifier.

B-5) Donner l'expression de $k\,\boldsymbol{I}.\boldsymbol{J}$ en fonction de $\boldsymbol{F}^2$ puis calculer les valeurs propres de la somme $\widehat{H_0} + k\,\boldsymbol{I}.\boldsymbol{J}$ en fonction de E_0, $\hbar$ *et* k pour les états propres $|IJF\rangle$. On rappelle l'expression $F^2\,|F\rangle = \hbar^2 F\,(F+1)\,|F\rangle$.

B-6) Calculer les quatre éléments de matrices associés à $\hat{A}$ dans la base des vecteurs $|IJF\rangle$.

B-7) Diagonaliser la matrice associée à $\hat{A}$ pour en déterminer les valeurs propres et vecteurs propres de manière à rendre la matrice associée à $\hat{H}$ diagonale. On n'oubliera pas la normalisation des états.

B-8) Calculer dans cette nouvelle base les valeurs propres de $\hat{H}$ et faire un schéma de niveau faisant apparaitre $<\widehat{H_0}>$, $<\widehat{H_0} + k\,\boldsymbol{I}.\boldsymbol{J}>$ et $<\hat{H}>$ ainsi que les vecteurs propres associés à chaque niveaux.